

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
КОЛЛЕДЖ ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ»

Рассмотрено на заседании ПЦК
«Общеобразовательных, математических и
естественно-научных дисциплин»
Протокол № 3 от «23» октября 2024 г.
Председатель Коржавина Е.Р.
Ф.И.О.

«УТВЕРЖДАЮ»
Зам. директора
по учебной работе
Абубакарова Д.И.
«23» 10 2024г.

**Вопросы для подготовки к экзамену по
профессиональному модулю/учебной дисциплине**

«Математические методы решения прикладных профессиональных задач»
наименование

21.02.20 Прикладная геодезия

код, наименование специальности

2

курс

Теоретическая часть

1. Дайте определение матрице столбцу, матрице-строке.
2. Дайте определение матрице.
3. Дайте определение прямоугольной и квадратной матрице. Приведите пример таких матриц.
4. Какие матрицы называются равными?
5. Дайте определение диагональной матрицы.
6. Дайте определение главной диагонали и побочной диагонали матрицы. Проиллюстрируйте конкретным примером.
7. Дайте определение единичной матрицы.
8. Сформулируйте, что значит «транспонировать матрицу» Проиллюстрируйте конкретным примером.
9. Сформулируйте, что значит сложить две матрицы, умножить матрицу на число.
10. Дайте определение произведению двух матриц. Сформулируйте в чем состоит условие существования произведения матриц.
11. Дайте определение определителю матрицы.

12. Что называется минором?
13. Сформулируйте теорему Лапласа для разложения матриц.
14. Проиллюстрируйте способы нахождения определителей для матриц разного размера.
15. Дайте определение алгебраическому дополнению элемента определителя.
16. Воспроизведите порядок вычисления обратной матрицы. Запишите формулу для ее нахождения.
17. Как геометрически изображается комплексное число?
18. Дайте определение модуля и аргумента комплексного числа.
19. Запишите формулы для нахождения модуля и аргумента комплексного числа.
20. Дайте определение производной. Запишите правила дифференцирования
21. Воспроизведите таблицу производных для элементарных функций.
22. Дайте определение сложной функции. На конкретном примере проиллюстрируйте правило нахождения производной сложной функции.
23. Сформулируйте, в чем заключается механический и физический смысл производной.
24. Дайте определение понятию геометрический смысл производной. Запишите уравнение касательной к графику
25. Воспроизведите алгоритм нахождения точек экстремума с помощью первой производной. Сформулировать необходимый и достаточный признаки экстремумов.
26. Дайте определение производным высших порядков. Объясните, в чем заключается механический смысл второй производной.
27. Расскажите о понятиях монотонность, выпуклость, точки перегиба.
28. Опишите применение производной функции на примере исследования функции. Запишите общий алгоритм исследования функции.
29. Дайте определение дифференциала функции, запишите чему он равен и как обозначается. Объяснить в чем заключается его геометрический смысл.
30. Дайте определение понятию неопределённый интеграл. Расскажите, в чем заключается его геометрический смысл.
31. Запишите свойства неопределённого интеграла и прокомментируйте их.
32. Запишите таблицу интегралов элементарных функций.
33. Укажите целесообразные подстановки для нахождения следующих интегралов $\int \frac{e \cdot dx}{1+x^2}$;
 $\int \frac{\sqrt[3]{1+\ln x}}{x} \cdot dx$; $\int x^3 \cdot \sqrt[5]{1-3x^4} dx$.
34. Покажите на примере, в чём заключается интегрирование неопределённого интеграла методом подстановки $\int (7-2x)^2 dx$.

35. Покажите на примере, в чем заключается интегрирование неопределённого интеграла методом интегрирования по частям $\int x \cdot \sin x \cdot dx$.
36. Дайте определение понятию определённый интеграл. Расскажите, в чем заключается его геометрический смысл.
37. Сформулируйте основные свойства определённого интеграла
38. По предложенным чертежам запишите правила вычисления площадей плоских фигур при помощи определённого интеграла.
39. Приведите примеры применения определённого интеграла для вычисления физических величин. Составьте формулы для вычисления работы.
40. Составьте формулы для вычисления объема тел с помощью определённого интеграла.
41. Дайте определение понятию комбинаторика. Чем отличаются элементы комбинаторики: перестановка, размещение, сочетание.
42. Дайте определение понятию случайное событие, совместное и несовместное событие и их виды, испытание, частота наступления события и вероятность (использовать примеры).
43. Дайте определение понятию зависимых и независимых событий. Приведите примеры.
44. Сформулируйте теоремы сложения вероятностей.
45. Сформулируйте теоремы умножения вероятностей.
46. Дайте определение понятиям дискретные и непрерывные случайные величины.
47. Сформулируйте закон распределения дискретной случайной величины.
48. Дайте определение понятиям дисперсия дискретной случайной величины и среднее квадратичное отклонение.
49. Дать определение понятию среднее квадратичное отклонение. Записать формулу для нахождения среднего квадратичного отклонения.

Практическая часть

1. Найти дифференциал функции $y = \sin(2 - x^3) - x^2$
2. Найти дифференциал первого порядка $y = \left(\frac{x}{7} + 2\right)^9$.
3. Найти дифференциал $y = \sin^2(2x - 3)$
4. Найти производную функции $y = \frac{3}{5^x} + \operatorname{tg} \sqrt{x^2 + 1}$.
5. Найти дифференциалы функций: а) $y = x^2 + \cos 3x - 5$ в точке $x_0 = 2$
6. Найти дифференциал $y = \cos^2(5x - 1)$
7. Найти производную функции $y = \log_3(x + \sqrt{x})$
8. $f(x) = (x - 2)^5$ Найти $f''(4)$

9. Найти производную функции $y = (1 - \cos x) \cdot \sin x$

10. Найти производную функции $y = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} + \sqrt{\cos 4x}$

11. Дано: $f(x) = \ln(\sin x)$. Найти вторую производную в точке $\frac{\pi}{6}$.

12. Вычислите пределы 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}}$; 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 4x + 8}{5x^5 + 27x^2 + x}$; 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{3x}\right)^{2x}$

13. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{2x}$

14. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{3x}$

15. Исследуйте функцию $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^2 + 5$ на максимум и минимум.

16. Исследуйте функцию $f(x) = x^3 - x^4$ на максимум и минимум.

17.

18. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении тел задана уравнениями:

$$S_1 = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 45; \quad S_2 = \frac{1}{2}t^2 + 4t + 115. \text{ В какой момент времени скорости их движений}$$

будут равными?

19. Найти промежутки возрастания и убывания функции $y = \frac{8}{x^2 - 9}$

20. Составить уравнение касательной к параболе $y = 2x^2 - 12x + 20$ в точке с абсциссой $x=4$.

21. Найти неопределенный интеграл функции: $\int (7x^6 + 5^x + 4e^x) dx$.

22. Найти неопределенный интеграл функции: $\int \left(3x^5 + 2^x + \frac{5}{x}\right) dx$

23. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям: $\int (8x - 3) \sin x dx$

24. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям: $\int (2x - 5)e^{3x} dx$

25. Найти определенный интеграл $\int_1^4 \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{3\sqrt{x}} + 3\right) dx$.

26. Найти определенный интеграл функции: $\int_1^4 \left(\frac{2}{x^2} + \frac{3}{x\sqrt{x}} + 5\right) dx$

27. Вычислить интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{6}} e^{\sin x} \cos x dx$

28. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3, x = 1, x = 3, y = 0$.

29. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функции:
 $x + 2y - 4 = 0, \quad y = 0, \quad x = -3, \quad x = 2$

30. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функции:

$$y = x^2 - 6x + 9, \quad 3x - y - 9 = 0$$

31. Тело движется с ускорением $a = t^2 + 1 \text{ м/с}^2$. Найти закон движения тела, если в момент времени 1с скорость тела 2м/с, а путь равен 4м.

32. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^2$ и прямой $y = 2x$ и $x \in [0; 2]$.

33. В темном ящике 5 выигрышных билетов и 4 проигрышных. Вы случайно вытаскиваете одновременно 3 билета. Найдите вероятность того, что есть ровно 1 проигрышный билет.

34. В классе 18 юношей и 16 девушек, которых надо рассадить за парты по 2 человека. Сколькими способами можно посадить за парты: а) юношей; б) девушек; в) юношей и девушек? г) всех учащихся?

35. Игральную кость бросают 2 раза. Совместными ли будут события A – «в I раз выпало 2 очка», B – «во II раз выпало 6 очков». Найти $P(A)$, $P(B)$.

36. В коробке 8 белых и 7 черных шаров. Вы случайно вытаскиваете одновременно 4 шара. Найдите вероятность того, что имеется 3 белых шара.

37. В ящике в случайном порядке разложены 20 деталей, причем пять из них стандартные. Рабочий берет наудачу три детали. Найти вероятность того, что, по крайней мере, одна из взятых деталей окажется стандартной.

38. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,8, для второго - 0,7, для третьего - 0,9. Каждый из стрелков делает по одному выстрелу. Какова вероятность того, что в мишени 3 пробоины?

39. Решите уравнение $A_7^3 = 42x$.

40. Найти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ зная закон распределения случайной величины X :

X	7	8	9	10
p	0,4	0,3	0,2	0,1

41. Известны законы распределения случайных величин X и Y - числа очков, выбиваемых 1-м и 2-м стрелками. Вычислить $M(X)$ и $M(Y)$ Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение числа выбитых очков для каждого стрелка.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p_i	0,15	0,11	0,04	0,05	0,04	0,10	0,10	0,04	0,05	0,12	0,20

y_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p_i	0,01	0,03	0,05	0,09	0,11	0,24	0,21	0,10	0,10	0,04	0,02

42. Вершины треугольника ABC имеют координаты A {2; -3; -1}, B {-3; -1; 2}, C {1; -2; 5}. Найдите: 1) уравнения его сторон
2) длину медианы BM
3) площадь треугольника.

43. Вычислить объем треугольной пирамиды с вершинами $A(0;0;1)$, $B(2;3;5)$, $C(6;2;3)$, $D(3;7;2)$ и ее высоту, проведенную из вершины D
44. Найти все корни уравнения $z^4 - 16 = 0$.
- 45.
- 46.
47. Найти произведение матриц ABC , если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

48. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x - 8y + 6z = 5, \\ -5x + 4y + 3z = 12, \\ 7x + 2y - 5z = -4. \end{cases}$$

49. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 4x - 2y + z = 12, \\ -7x + 9y + 3z = -6, \\ 3x + 4y - 2z = 9. \end{cases}$$

50. Найти матрицу, обратную данной и сделать проверку:

1. $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

44. Найти $A+2B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

45. Вычислить определители второго порядка:

а) $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$

б) $\Delta = \begin{vmatrix} 18 & 4 \\ 19 & 5 \end{vmatrix}$

в) $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 6 & -4 \end{vmatrix}$

46. Вычислить определители третьего порядка двумя способами: по правилу «раскрытие определителя по первой строке» и по правилу треугольника

а) $\Delta = \begin{vmatrix} 7 & -3 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

б) $\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 32 & 5 \\ 5 & 11 & 1 \\ 2 & 14 & 3 \end{vmatrix}$

$$в) \Delta = \begin{vmatrix} -1 & i \\ i & -1 \end{vmatrix}$$

ПРИМЕРНЫЙ БИЛЕТ

Основная часть

1. Для заданных матриц А и В найти матрицы $3A-2B$, A^T , $AB+E$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Методом треугольников вычислите определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
3. Вершины треугольника ABC имеют координаты А {2; -3; -1}, В {-3; -1; 2}, С {1; -2; 5}.
Найдите: 1) уравнения его сторон
2) длину медианы ВМ
3) площадь треугольника.
4. Определите образуют ли базис вектора $\vec{z}_1(4; 1; 4)$, $\vec{z}_2(-2; -1; 1)$, $\vec{z}_3(3; 1; 5)$.
5. Составьте уравнение эллипса, фокусы которого имеют координаты $(0; -4\sqrt{2})$ и $(0; 4\sqrt{2})$, а малая ось равна 14.
6. Запишите в тригонометрической форме комплексное число $-1 + \sqrt{3}i$
7. Даны два комплексных числа z_1 и z_2 . Найти $z_1 z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$. Ответ записать в алгебраической и показательной формах

$$z_1 = 4(\cos 150^\circ + i \cdot \sin 150^\circ) \quad \text{и} \quad z_2 = \frac{1}{2}(\cos 90^\circ + i \cdot \sin 90^\circ)$$

8. Вычислите пределы: 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 4x + 8}{5x^5 + 27x^2 + x}$ 2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

9. Найдите промежутки монотонности и экстремумы функции $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^2 + 5$.

10. Вычислить интеграл функции: 1) $\int \left(3x^5 + 2^x + \frac{5}{x} \right) dx$

11. Найти определенный интеграл $\int_1^4 \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{3\sqrt{x}} + 3 \right) dx$.

12. Найдите общее решение дифференциального уравнения с разделенными переменными $y^2 dy = \sin x dx$.

Дополнительная часть

1. Вычислить объем треугольной пирамиды с вершинами А(0;0;1), В (2;3;5), С (6;2;3), D(3;7;2) и ее высоту, проведенную из вершины D
2. Вычислить $(\sqrt{2} - \sqrt{2}i)^{10}$
3. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x - 8y + 6z = 5, \\ -5x + 4y + 3z = 12, \\ 7x + 2y - 5z = -4. \end{cases}$$

4. Вычислить интеграл $\int (8x - 3) \sin x dx$

Преподаватель



Банникова Д.В.

Преподаватель смежного цикла



Ступицкова Н.Ю.