

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
КОЛЛЕДЖ ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ  
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ»

Рассмотрено на заседании ПЦК  
«Общеобразовательных, математических и  
естественно-научных дисциплин»

Протокол № 2 от «27» 09 2023 г.

Председатель Коржавина Е.Р.

Ф.И.О.

«УТВЕРЖДАЮ»

Зам. директора

по учебной работе

Абубакарова Д.И.

«27» 09 2023 г.

**Вопросы для подготовки к экзамену по  
профессиональному модулю/учебной дисциплине**

МАТЕМАТИКА

наименование

21.02. Прикладная геодезия

код, наименование специальности

1

курс

**Теоретическая часть**  
(вопросы для самоконтроля)

**Раздел 1 Повторение курса математики основной школы**

1. Дайте определение натурального числа.
2. Назовите, какие числа называются целыми.
3. Какие числа называются рациональными.
4. Какие числа называются действительными
5. Перечислите формулы сокращенного умножения.
6. Перечислите свойства степеней.
7. Назовите виды плоских фигур, запишите формулы для нахождения их площадей.
8. Дайте определение простым и сложным процентам. Запишите формулы для их нахождения.
9. Дайте определение квадратным уравнениям. Запишите формулу для нахождения корней
10. Дайте определение дробно-линейным уравнениям.
11. Сформулируйте алгоритм решения неравенств методом интервалов.

## Раздел 2 Прямые и плоскости в пространстве

1. Назовите основные фигуры пространства
2. Запишите аксиомы стереометрии и следствия из них.
3. Дайте понятия - взаимное расположение прямых, прямой и плоскости, плоскостей в пространстве
4. Дайте определение параллельных, пересекающихся, скрещивающихся прямых в пространстве.
5. Сформулируйте теорему о единственности прямой, параллельной данной, проходящей через данную точку.
6. Сформулируйте лемму о двух параллельных прямых.
7. Сформулируйте теорему о параллельности трех прямых.
8. Дайте определение параллельных прямой и плоскости.
9. Сформулируйте признак параллельности прямой и плоскости.
10. Дайте определение параллельным плоскостям в пространстве
11. Запишите определение - параллельное проектирование и его свойства
12. Дайте понятие - перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей в пространстве.
13. Дайте определение перпендикуляр и наклонная.
14. Дайте определение перпендикулярные плоскости.
15. Сформулируйте признак перпендикулярности плоскостей
16. Дайте понятие - расстояние от точки до плоскости.
17. Сформулируйте теорему о трех перпендикулярах.
18. Дайте определение углу между прямой и плоскостью.
19. Дайте определение двугранный угол.

## Раздел 3. Координаты и векторы

1. Что называют вектором?
2. Как определяются координаты вектора?
3. Сформулируйте правило параллелепипеда для сложения векторов в пространстве.
4. Какие векторы называются равными?
5. Какие вектора называют коллинеарными?
6. Какие вектора называют сонаправленными, противоположно направленными?
7. Чему равна абсолютная величина не нулевого вектора? Нулевого вектора?
8. Что такое нулевой вектор? Как записать в координатах условие принадлежности трех точек одной прямой?

9. Что называют произведением ненулевого вектора на число  $\lambda$  ( $\lambda \neq 0$ )
10. Запишите формулу для нахождения расстояния между двумя точками в пространстве.
11. Запишите формулы для нахождения координат середины отрезка.
12. Что называют скалярным произведением векторов в пространстве? Дайте определение через координаты вектора и с использованием угла между векторами.
13. Перечислите свойства скалярного произведения.
14. Сформулируйте необходимое и достаточное условие перпендикулярности векторов.

#### **Раздел 4. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции.**

1. Какая величина принимается за единицу измерения при градусном измерении углов?
2. Что такое радиан?
3. По каким формулам переводят градусную меру угла в радианную и наоборот?
4. Выразите в радианах углы, равные  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$ .
5. При каком условии длина дуги равна ее радианной мере?
6. Какой угол называется углом поворота?
7. Какой угол поворота называется положительным? отрицательным?
8. Сформулируйте правило «полного оборота».
9. Какие функции называются тригонометрическими?
10. Дайте определение функции синус; косинус; тангенс; котангенс.
11. При каких углах не определен тангенс? котангенс?
12. Назовите значения тригонометрических функций углов  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ .
13. Какие значения может принимать синус? косинус? тангенс? котангенс?
14. Определите знаки тригонометрических функций в зависимости от того, в какой четверти находится аргумент.
15. Дать определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа через тригонометрический круг.
16. Перечислить свойства синуса, косинуса, тангенса и котангенса: четность (нечетность), периодичность, знаки по четвертям.
17. Какие из тригонометрических функций являются четными, какие – нечетными?
18. Чему равен период синуса? косинуса? тангенса? котангенса?
19. Перечислите свойства тригонометрических функций.
20. При каком значении  $a$  уравнение  $\cos x = a$  не имеет решение?
21. При каком значении  $a$  уравнение  $\cos x = a$  имеет решение Какой формулой выражается решение уравнение  $\cos x = a$ ?
22. На какой оси откладывается значение  $a$  при решении уравнения  $\cos x = a$ ?

23. В каком промежутке находится  $\arccos a$ ?
24. В каком промежутке находится значение  $a$ ?
25. Каким будет решение уравнения  $\cos x = 1$ ?
26. Каким будет решение уравнения  $\cos x = -1$ ?
27. Каким будет решение уравнения  $\cos x = 0$ ?
28. Чему равняется  $\arccos(-a)$ ?
29. В каком промежутке находится  $\operatorname{arctg} a$ ?
30. Какой формулой выражается решение уравнения  $\operatorname{tg} x = a$ ?
31. Чему равен  $\operatorname{arctg}(-a)$ ?
32. Каково будет решение уравнения  $\sin x = a$  при  $|a| > 1$ ?
33. При каком значении  $a$  уравнение  $\sin x = a$  имеет решение?
34. Какой формулой выражается это решение?
35. На какой оси откладывается значение  $a$  при решении уравнения  $\sin x = a$ ?
36. В каком промежутке находится  $\arcsin a$ ?
37. В каком промежутке находится значение  $a$ ?
38. Каким будет решение уравнения  $\sin x = 1$ ?
39. Каким будет решение уравнения  $\sin x = -1$ ?
40. Каким будет решение уравнения  $\sin x = 0$ ?
41. Чему равняется  $\arcsin(-a)$ ?
42. В каком промежутке находится  $\operatorname{arctg} a$ ?
43. Какой формулой выражается решение уравнения  $\operatorname{ctg} x = a$ ?
44. Чему равен  $\operatorname{arctg}(-a)$ ?
45. Назовите периодические функции.
46. Назовите область определения функции  $y = \sin x$ .
47. Назовите область определения функции  $y = \cos x$ .
48. Чему равен наименьший период функции  $y = \sin x$ ?
49. Чему равен наименьший период функции  $y = \cos x$ ?
50. Дайте понятие тригонометрических уравнений. Перечислите формулы решения простейших тригонометрических уравнений.
51. Дать понятие тригонометрических неравенств. Запишите алгоритм решения тригонометрических неравенств на примере решения неравенства  $\sin \frac{x}{2} > \frac{1}{2}$

## Раздел 5. Комплексные числа

1. Дайте определение комплексного числа. Перечислите формы записи комплексного числа.
2. Дайте определение мнимой единицы

3. Какие комплексные числа называются равными
4. Какие комплексные числа называются сопряженными.
5. Какие комплексные числа называются противоположными
6. Как изображаются комплексные числа геометрически
7. Сформулируйте определение модуля комплексного числа, аргумент, главное значение аргумента.
8. Как найти аргументы комплексного числа
9. Перечислите формы записи комплексных чисел
10. Как выполнять действия над комплексными числами в алгебраической форме.
11. Чему равны корни квадратного уравнения с отрицательным дискриминантом.
12. Приведите примеры комплексных чисел и действий над ними, результат которых есть действительное число.

### Раздел 6 Производная функции, её применение.

1. Дайте определение предела функции в точке.. Объясните основной метод раскрытия неопределенности вида  $\frac{0}{0}$
2. Перечислите основные свойства пределов функции в точке. Объясните основной метод раскрытия неопределенности вида  $\frac{\infty}{\infty}$  на примере вычисления предела  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x^2 + 5x}{x^3 + 2x - 3}$
3. Дайте определение производной. Запишите правила дифференцирования
4. Воспроизведите таблицу производных для элементарных функций.
5. Дайте определение сложной функции. На конкретном примере проиллюстрируйте правило нахождения производной сложной функции.
6. Сформулируйте, в чем заключается механический и физический смысл производной.
7. Дайте определение понятию геометрический смысл производной. Запишите уравнение касательной к графику
8. Воспроизведите алгоритм нахождения точек экстремума с помощью первой производной. Сформулировать необходимый и достаточный признаки экстремумов.
9. Дайте определение производным высших порядков. Объясните, в чем заключается механический смысл второй производной.
10. Расскажите о понятиях монотонность, выпуклость, точки перегиба.
11. Опишите применение производной функции на примере исследования функции. Запишите общий алгоритм исследования функции.

### Раздел 7 Многогранники и тела вращения

1. Дайте понятие шара и сферы. Сформулируйте теорему о сечении шара плоскостью. Дайте понятие о многогранниках. Перечислите элементы многогранников. Дайте понятия правильных многогранников.
2. Дайте понятие призмы, перечислите виды призм, выполните соответствующие чертежи. Запишите формулы для вычисления объема и площади поверхности прямой призмы.
3. Дайте понятие параллелепипеда. Сформулируйте свойства диагонали прямоугольного параллелепипеда. Запишите формулы для вычисления объема и площади поверхности параллелепипеда.
4. Дайте понятие пирамиды, перечислите виды пирамид. Сформулируйте основные свойства для правильной пирамиды. Запишите формулы для вычисления объема и площади поверхности пирамиды.
5. Дайте понятие усеченной пирамиды. Сформулируйте основные свойства для правильной пирамиды. Запишите формулы для вычисления объема и площади поверхности усеченной пирамиды.
6. Дайте понятие цилиндра и определения его элементов. Выполните рисунки сечений цилиндра плоскостью. Запишите формулы для вычисления объема и площади поверхности цилиндра.
7. Дайте понятие конуса. Выполните рисунки сечений конуса плоскостью. Запишите формулы объема и площади поверхности конуса. Дайте определение касательной плоскости к конусу.
8. Дайте понятие усеченного конуса. Сформулируйте основные свойства усеченного конуса. Запишите формулы для вычисления объема и площади поверхности усеченного конуса.
9. Запишите формулу объема шара и формулу площади сферы.

### **Раздел 8. Первообразная функции, ее применение**

1. Дайте определение дифференциала функции, запишите чему он равен и как обозначается. Объясните в чем заключается его геометрический смысл.
2. Дайте определение понятию неопределённый интеграл. Расскажите, в чем заключается его геометрический смысл.
3. Запишите свойства неопределённого интеграла и прокомментируйте их.
4. Запишите таблицу интегралов элементарных функций.
5. Укажите целесообразные подстановки для нахождения следующих интегралов  $\int \frac{e^x \cdot dx}{1+x^2}$ ;

$$\int \frac{\sqrt[3]{1+\ln x}}{x} \cdot dx; \int x^3 \cdot \sqrt[3]{1-3x^4} dx.$$

- Покажите на примере, в чём заключается интегрирование неопределённого интеграла методом подстановки  $\int (7 - 2x)^2 dx$ .
- Покажите на примере, в чём заключается интегрирование неопределённого интеграла методом интегрирования по частям  $\int x \cdot \sin x \cdot dx$ .
- Дайте определение понятию определённый интеграл. Расскажите, в чём заключается его геометрический смысл.
- Сформулируйте основные свойства определённого интеграла
- По предложенным чертежам запишите правила вычисления площадей плоских фигур при помощи определённого интеграла.

### Раздел 9. Степени и корни. Степенная функция

- Дайте определение степени с произвольным действительным показателем и запишите ее свойства.
- Записать свойства степени с произвольным показателем.
- Приведите примеры свойства степени с одинаковым основанием.
- Дайте понятие арифметического корня n-ой степени.
- Перечислите свойства корня n-ой степени.
- Дайте понятие - иррациональные выражения, преобразование и вычисление иррациональных выражений
- Перечислите приемы решений иррациональных уравнений.
- Сформулируйте алгоритм решения рациональных неравенств методом интервалов.

### Раздел 10. Показательная функция.

- Дайте определение показательной функции.
- Назовите область определения показательной функции.
- Сформулируйте основные свойства и изобразите график показательной функции.
- Дать понятие показательного уравнения.. Укажите рациональные способы решения для каждого из уравнений 1)  $5^{x+1} + 5^x = 750$  ; 2)  $7^{2x} - 6 \cdot 7^x + 5 = 0$ ; 3)  $3\sqrt{3} = 3^{\frac{x-5}{2}}$ ; 4)  $3^x = 8$
- Дайте понятие показательного неравенства. Запишите равносильные преобразования вытекающие из свойств показательной функции.
- Дайте понятие систем, содержащих показательные уравнения и их решения (на примере).

### Раздел 11. Логарифмы. Логарифмическая функция

- Дайте определение логарифма числа.

2. Запишите основное логарифмическое тождество.
3. Перечислите свойства логарифма.
4. Какая операция называется логарифмированием?
5. Что обозначает операция потенцирования.
6. Что называют натуральным логарифмом, десятичным логарифмом?
7. Записать формулу перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию.
8. Дайте определение натуральным логарифмам, десятичным логарифмам.
9. Сформулируйте правила действий с логарифмами.
10. Дайте понятие логарифмического уравнения. Дайте понятие логарифмического неравенства. Запишите преобразования, которые применяют при решении логарифмических неравенств
11. Дайте понятие систем, содержащих логарифмические уравнения и их решения (на примере).

## **Раздел 12. Множества. Элементы теории графов.**

1. Дайте понятие множества, подмножество. Запишите операции с множествами.
2. Сформулируйте понятие графа, связный граф, дерево, цикл граф на плоскости

## **Раздел 13. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей**

1. Дайте определение понятию комбинаторика. Чем отличаются элементы комбинаторики: перестановка, размещение, сочетание.
2. Дайте определение понятию случайное событие, совместное и несовместное событие и их виды, испытание, частота наступления события и вероятность (использовать примеры).
3. Дайте определение понятиям дискретные и непрерывные случайные величины.
4. Сформулируйте закон распределения дискретной случайной величины.
5. Дайте определение понятиям дисперсия дискретной случайной величины и среднее квадратичное отклонение

### **Практическая часть**

1. Даны комплексные числа  $z_1 = 2 - 7i$  и  $z_2 = 3 + 5i$  а) изобразить эти числа на координатной плоскости; б) найти их сумму и произведение.
2. Даны числа:  $z_1 = 2 - 6i$ ;  $z_2 = 1 - i$ .  
Для двух комплексных чисел, заданных в алгебраической форме найти:



$$1) z_1 + z_2 \quad 2) z_1 - z_2 \quad 3) z_1 \cdot z_2 \quad 4) \frac{z_1}{z_2} \quad 5) \frac{z_1 + z_2}{z_1} \quad 6) \frac{\overline{z_2}}{z_1}$$

Изобразить числа  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$ ,  $\frac{z_1 + z_2}{z_1}$ ,  $\overline{z_2}$ ,  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$ .

3. Вычислить: а)  $(3 - 2i)(5 + i) - (7i - 1)$  б)  $\frac{(1+2i)(2+i)}{3-i}$

4. Выразить в радианной мере величины углов:  $45^\circ$ ,  $26^\circ$ ,  $52^\circ$ .

5. На единичной окружности построить точки, полученные поворотом точки  $(1,0)$  на заданный угол:  $\frac{\pi}{4}$ ,  $-\frac{\pi}{3}$ ,  $-\frac{4\pi}{3}$ ,  $135^\circ$ .

6. На единичной окружности построить точки, полученные поворотом точки  $(1,0)$  на заданный угол:  $\frac{\pi}{6}$ ,  $-\frac{\pi}{6}$ ,  $\frac{5\pi}{4}$ ,  $225^\circ$ .

7. Перевести радианную меру угла в градусную:  $\frac{3\pi}{4}$ ,  $\frac{5\pi}{6}$ ,  $\frac{\pi}{12}$

8. Пусть  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$  и  $\alpha$  — угол 2 четверти. Найдите: а)  $\cos \alpha$  б)  $\sin 2\alpha$ .

9. Известно, что  $\cos \alpha = -0,6$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Найти: а)  $\sin \alpha$  б)  $\operatorname{tg} \alpha$

10. Зная, что  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  и  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ . Найти: а)  $\cos \alpha$ ; б)  $\operatorname{tg} \alpha$ .

11. Найти значение выражения:  $4 \cos 60^\circ + 2 \sin 45^\circ - 2\sqrt{3} \operatorname{tg} 30^\circ$

12. Определите знак выражения: а)  $\cos(215^\circ) \cdot \sin(75^\circ) \cdot \operatorname{tg} 138^\circ$  б)  $\sin(-425^\circ) \cdot \cos(-198^\circ)$

13. Определить, используя формулы приведения: 1)  $\sin \frac{37\pi}{6}$ ; 2)  $\cos\left(-\frac{11\pi}{3}\right)$ .

14. Упростить выражение: а)  $\frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} + \sin x$  б)  $\operatorname{ctgt} \cdot \sin(-t) + \cos(2\pi - t)$

15. Упростить выражение: а)  $\cos 2\alpha + \sin^2 \alpha$ ; б)  $\frac{\sin 2\beta}{\cos \beta} - \sin \beta$

16. Упростить выражение: а)  $\frac{\sin 2\alpha - 2 \sin \alpha}{\cos \alpha - 1}$ ; б)  $\sin 2\alpha \operatorname{ctg} \alpha - 1$ ;

17. Упростить выражение: а)  $\cos 2\alpha + \sin^2 \alpha$ ; б)  $\frac{\sin 2\beta}{\cos \beta} - \sin \beta$

18. Найти значение выражения:

а)  $\cos 36^\circ \cos 24^\circ - \sin 36^\circ \sin 24^\circ$ ; б)  $\sin 63^\circ \cos 27^\circ + \cos 63^\circ \sin 27^\circ$ ;

19. Определите знаки выражений:

$$\cos 45^\circ \cdot \sin 98^\circ \cdot \cos(-78^\circ)$$

$$\operatorname{tg}(-98^\circ) \cdot \sin 21^\circ \cdot \sin 125^\circ$$

20. Найдите значение выражения: а)  $\sqrt[3]{75 \cdot 45}$  б)  $\sqrt[4]{144 \cdot 81 \cdot 4}$

21. Выполнить действия: а)  $-0,064^{\frac{1}{3}} \cdot 0,49^{\frac{1}{2}}$  б)  $(\sqrt[4]{a^3})^2 : a^{\frac{3}{2}}$

22. Вычислить: а)  $7^{\frac{8}{5}} \cdot 7^{\frac{2}{5}}$  б)  $5 \cdot 25^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{4}}$

23. Представить в виде степени выражения: а)  $(4^2)^{\frac{3}{4}} : 4^{\frac{1}{2}}$  б)  $5 \cdot 25^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{4}}$
24. Вычислить: а)  $\log_2 68 - \log_2 17$  б)  $2^{1+\log_2 6}$
25. Найти значение выражения: а)  $\frac{1}{2} \log_4 64 - \log_2 8$  б)  $\log_2(32a)$ , если  $\log_2(4a) = 24$
26. Вычислить: а)  $\log_7 \sqrt{14} - \log_7 \sqrt{2}$  б)  $2^{\log_2 7} + \log_5 75 - \log_5 3$
27. Найти область определения функции: а)  $y = \frac{2}{2-4x}$  б)  $f(x) = \log_{\sqrt{3}}(9x - x^2)$
28. Найти область определения функции: а)  $y = \frac{2+5x}{2-46x}$  б)  $f(x) = \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 64)$
29. Найти область определения функции: а)  $y = \frac{2+5x}{2-46x}$  б)  $f(x) = \log_{0,5}(4 - x^2)$
30. Постройте график функции  $y = \log_3 x$
31. Постройте график функции  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$
32. Решите уравнение  $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$
33. Решите уравнение  $\cos \frac{\pi(x-7)}{3} = \frac{1}{2}$ . В ответе запишите наибольший отрицательный корень.
34. Решите уравнение  $\sin(\pi - x) = -1$
35. Решите уравнение  $\frac{\cos 3x - \cos x}{\sin x} = 0$
36. Решите уравнение  $\sqrt{\operatorname{ctg} x} = \sqrt{2 \cos x}$
37. Решите уравнение  $2 \sin^2 x + 3 \cos^2 x - 3 = 0$
38. Решите уравнение:  $3 \cos^2 x - 5 \cos x - 12 = 0$
39. Решите уравнение  $7 \sin^2 x - 5 \cos^2 x + 2 = 0$
40. Решите уравнение  $\sqrt[3]{4x-1} = 3$
41. Решите иррациональное уравнение  $\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7}$ .
42. Решите уравнение  $\sqrt[3]{x-4} = \sqrt[3]{5}$
43. Решите уравнение  $\sqrt{x^2 + 3x - 3} = 2x - 3$
44. Решите уравнение  $\sqrt{2-x} \cdot \sqrt{1-4x} = x + 8$
45. Решите уравнение  $\sqrt{2x-1} - \sqrt{x-1} = 1$
46. Решите уравнение  $\sqrt{4-2x} = x - 2$
47. Решите уравнение  $\sqrt{4-2x} = x - 2$
48. Решите уравнение  $\sqrt{4-x} + \sqrt{5+x} = 3$
49. Решите уравнение  $\sqrt{5x+20} - \sqrt{x+8} = 2$
50. Решите уравнение  $\sqrt{-72-17x} = -x$

51. Решите уравнение  $2^{x+2} - 2^{x-1} = 34$

52. Решите уравнение  $6^{5x+12} = 36$

53. Решите уравнение:  $\left(\frac{1}{3}\right)^{4-2x} = 9$

54. Решите уравнение  $\sqrt[3]{9} = 3^{x^2 - \frac{5}{7}x}$ .

55. Решите уравнение  $2^x - 2^{x-2} = 3$

56. Решите уравнение  $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$

57. Решите уравнение  $3 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 2 \cdot 9^x = 0$ . В ответе, если корней несколько, запишите в порядке возрастания.

58. Найдите сумму корней уравнения  $\frac{1}{5 \cdot 2^x - 9} = \frac{1}{4^x - 5}$ .

59. Решите уравнение  $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 5) = -1$

60. Решите уравнение  $\log_{x-5} 49 = 2$

61. Решите уравнение  $\log_5(x - 9) = \log_5 4 + \log_5 2$

62. Решите уравнение  $\log_3(x + 8) = \log_3 3 + \log_3 5$

63. Решите уравнение  $\log_5(x^2 - 4x + 25) - 2 = 0$

64. Решите уравнение  $\log_5(7 - x) = \log_5(3 - x) + 1$

65. Решите уравнение  $\log_4((x + 2)(x + 3)) + \log_4 \frac{x - 2}{x + 3} = 2$

66. Решите графически уравнение  $\log_3 x = -x + 4$ .

67. Решите уравнение  $\log_4(32 - 4^x) = 4 - x$

68. Решите уравнение  $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = 14$

69. Решите неравенство  $\log_2^2(x - 1) - \log_{\frac{1}{2}}(x - 1) > 2$ .

70. Решите неравенство  $\log_{0,5}(x^2 - 5x + 6) > -1$

71. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{2}}(\log_4(x^2 - 5)) > 0$

72. Решите неравенство  $\log_{0,2}^2 x - 5 \log_{0,2} x < -6$

73. Решите неравенство  $5^{2x+1} + 4 \cdot 5^x - 1 > 0$

74. Решите неравенство  $\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 1} < 0$ . В ответе укажите все целые числа, входящие в решение неравенства.

75. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2 - 4x - 1} > 9^{x-1}$

76. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} > \frac{1}{8}$ .

77. Найдите решение неравенства  $3^{\log_3(3-2x)} < 3$

78. Решите неравенство  $4^x - 2^x \geq 2$

79. Укажите промежуток, который является решением показательного неравенства

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-5} \leq \left(\frac{2}{1}\right)^{x+3}$$

80. Решите неравенство  $(1,5)^{\frac{x^2+x-20}{x}} \leq 1$

81. Решите неравенство  $5^{x^2+3x+1,5} < 5\sqrt{5}$

82. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{2}}(6-x) \geq -2$

83. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{2}}(x-4) \geq -2$

84. Решите неравенство  $5^{3x+1} - 5^{3x-3} \leq 624$

85. Найдите решение неравенства  $3^{\log_3(3-2x)} < 3$

86. Решите неравенство  $\log_2 x + \log_2(x-1) \leq 1$

87. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_{\frac{1}{2}}\frac{3x+1}{x-1}\right) \leq 0$

88. Решите неравенство  $\log_{\sqrt{6}}(x-4) + \log_{\sqrt{6}}(x+1) \leq 2$

89. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{2}} \log_2 x^2 > 0$

90. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) \geq \log_{\frac{1}{3}}(3-x)$

91. Решите неравенство  $\sqrt{x^2+2x} > -3-x^2$

92. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 3 \cos x + \sin y = 0,5 \\ 2 \cos x - \sin y = 2 \end{cases}$

93. Решить систему уравнений:  $\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 576 \\ \log_{\sqrt{2}}(y-x) = 4 \end{cases}$

94. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 4^x - 4^y = 15 \\ x + y = 2 \end{cases}$

95. Решить систему уравнений  $\begin{cases} \lg(x^2 + y^2) = 1 + \lg 8 \\ \lg(x+y) - \lg 3 = \lg(x-y) \end{cases}$

96. Решить систему уравнений:  $\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 576 \\ \log_{\sqrt{2}}(y-x) = 4 \end{cases}$

97. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2} \\ \cos^2 x + \sin^2 y = 2 \end{cases}$

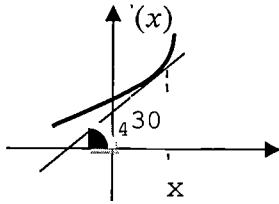
98. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 2^x + 2^y = 6 \\ 3 \cdot 2^x - 2^y = 10 \end{cases}$

99. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 425 \\ \lg x + \lg y = 2 \end{cases}$

100. Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением  $V = 18t - 6t^2$  см/с. Вычислить путь, пройденный точкой от начала движения до остановки.

101. Составьте уравнение касательной к кривой в заданной точке:  $y = \sin 2x - \ln(x+1)$ ,  $x_0 = 0$ .

102.



На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная, проведенная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ .  
Найдите значение производной в точке  $x_0$

83. Найти производную данной функции  $y = \frac{x^2 + 2}{2x}$  в точке  $x = 1$ .

103. Найти производную данной функции  $y = \frac{x^3 + 1}{3x}$  в точке  $x = 1$ .

104. Найти производную функции  $y = x^4 + \sin x$

105. Найти производную функции  $y = 12x^3 - e^x$

106. Найти производную функции  $f(x) = \frac{1 - 2x^2}{x}$ , найти  $f'(-1)$

107. Найдите значение производной функции  $y = x^3 \cdot \ln x$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

108. Найдите  $f'(1)$ , если  $f(x) = 2^x \cdot \log_2 x$

109. Найти производную функции  $y = (3x + 1)(2x - 5)$

110. Найдите производную сложной функции:  $y = (x^{15} + 2x^6)^{20}$ .

111. Найдите производную сложной функции:  $y = \sin 3x \sqrt{7x - 3}$

112. Найдите производную сложной функции:  $y = \sin 7x \cdot \sqrt{9x - 3}$

113. Найти критические точки функции  $f(x) = x^3 - 9x^2 - 21x - 7$  на отрезке  $[-2; 3]$

114. Составьте уравнение касательной к кривой  $y = x \cdot \ln 2x$  в заданной точке  $x_0 = 0,5$

115. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = \cos x$  в точке с абсциссой  $x_0 = \pi$

116. Составьте уравнение касательной к графику функции  $Y = 2^{-x} - 2^{-2x}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$

117. Составьте уравнение касательной к кривой в заданной точке  $x_0$   $y = \frac{x^3 + 1}{3}$ ,  $x_0 = -1$

118. Составьте уравнение касательной к кривой  $y=f(x)$ , в точке  $x_0$   $y = 2 \sin \frac{x}{2}$ ,  $x_0 = \frac{3\pi}{2}$

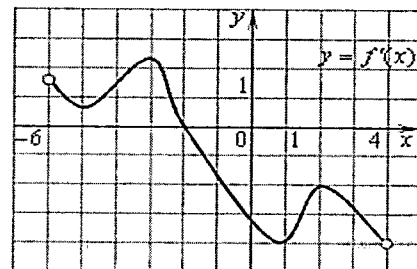
119. Составьте уравнение касательной к кривой  $y=f(x)$ , в точке  $x_0$   $y = 2^{-x} - 2^{-2x}$ ,  $x_0 = 2$

120. Составьте уравнение касательной к кривой  $y=f(x)$ , в точке  $x_0$ :  $y = x \ln 2x$ ,  $x_0 = 0,5$

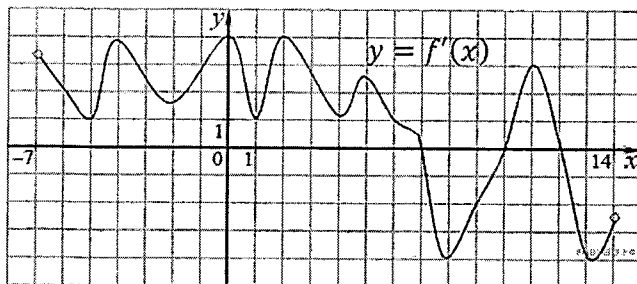
121. Составьте уравнение касательной к кривой в заданной точке  $x_0$ :  $y = \frac{x+2}{3-x}$ ,  $x_0 = 2$

122.

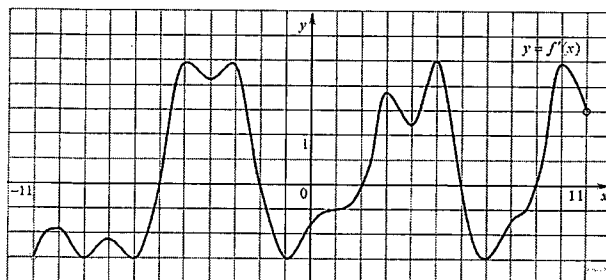
Функция определена на промежутке  $(-6; 4)$  На рисунке изображен график ее производной. Найдите абсциссу точки, в которой функция принимает наибольшее значение.



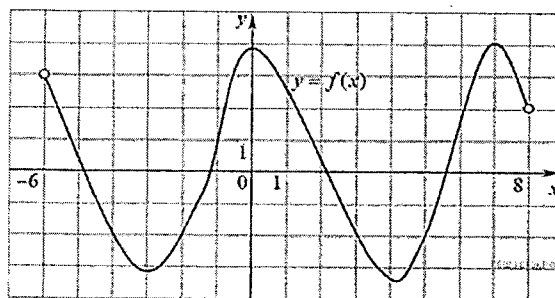
123. На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 14)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-6; 9]$ .



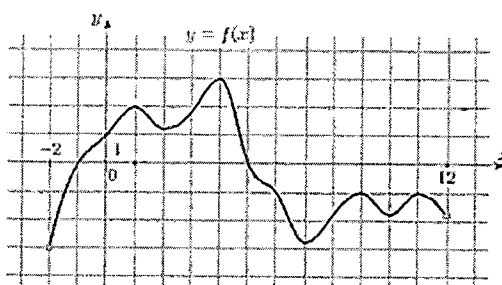
124. На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-11; 11)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-10; 10]$ .



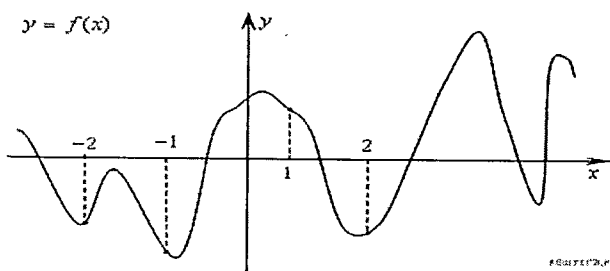
125. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-6; 8)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



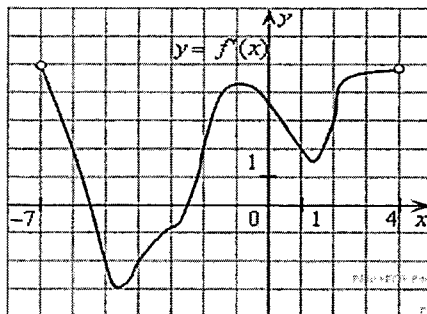
126. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 12)$ . Найдите сумму точек экстремума функции  $f(x)$ .



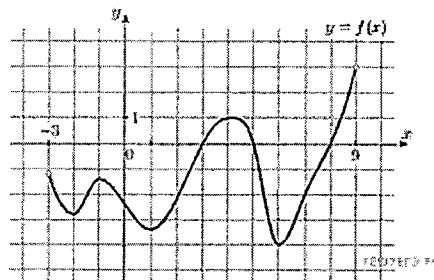
127. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-2, -1, 1, 2$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



128. На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 4)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



129. На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ , определенной на интервале  $(-3; 9)$ . Найдите количество точек, в которых производная функции  $f(x)$  равна 0.



130. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $y = 5e^{x-2}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$
131. Сила тока  $I$  (А) изменяется в зависимости от времени  $t$  (с) по закону  $I = 3t^2 + 2t + 1$ . Найдите скорость изменения силы тока через 8 с.
132. Зависимость температуры тела  $T$  от времени  $t$  задана уравнением  $T = \frac{1}{2}t^2 - 2t + 3$ . С какой скоростью нагревается это тело в момент времени  $t=10$  с.
133. Найдите момент остановки тела, движущегося по закону  $S(t) = t^2 - 5t - 14$ .
134. Найдите момент остановки тела, движущегося по закону  $S(t) = 2t^3 - 3t^2 - 14$ .
135. Найдите ускорение движения материального тела, движущегося по закон  $V(t) = 3t^2 + 6t + 1$  за 2 секунды.
136. Точка движется прямолинейно по закону  $S = t^2 - 8t + 4$ . В какой момент времени  $t_0$  скорость точки окажется равной 0?
137. Найти наибольшее значение функции  $y = (7 - x)\sqrt{x + 5}$  на отрезке  $[-4; 4]$
138. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной  $l$  км с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>, вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2 \cdot l \cdot a}$ . Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.
139. Докажите, что функция  $F(x)$  есть первообразная для функции  $f(x)$ , если  $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{5x^3}{3} + 4x + 3$  и  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 4$ , ( $x \in R$ ).
140. Вычислите неопределенный интеграл:  $\int (2 \sin x - 3) dx$

141. Используя свойства определенного интеграла, вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x + 3 \sin x) dx$
142. Используя свойства определенного интеграла, вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (3 \cos x + 2 \sin x) dx$
143. Найти интеграл  $\int x^3 (8 + 5x) dx$
144. Вычислите неопределенный интеграл:  $\int (3x^2 + 4x^3 + 1) dx$
145. Вычислите неопределенный интеграл:  $\int (5x^2 + 16x^3 - 2) dx$
146. Найти интеграл  $\int x^3 (8 + 5x) dx$
147. Найти интеграл  $\int x^5 (3 + 7x) dx$
148. Вычислить интеграл  $\int x^2 \cdot e^{x^3-2} dx$
149. Вычислить интеграл  $\int x \cos 2x dx$
150. Вычислить интеграл  $\int x \cos 4x dx$
151. Вычислить интеграл  $\int \arcsin x dx$
152. Вычислить интеграл  $\int (2x - 3) \cdot e^{3x} dx$
153. Используя свойства определенного интеграла, вычислите интеграл  $\int_1^6 (3 + 3x^2) dx$ .
154. Используя свойства определенного интеграла, вычислите интеграл  $\int_1^6 (6 + 9x^2) dx$ .
155. Вычислите  $\int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \cos 8x \cos 7x dx + \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \sin 8x \sin 7x dx$ .
156. Вычислите  $\int_1^3 (2x^2 + \lg x) dx - \int_1^3 (3x + \lg x) dx$
157. Вычислить интеграл  $\int x \cdot \cos 4x dx$ .
158. Вычислить интеграл  $\int_0^1 (e^x - 1)^4 e^x dx$
159. Вычислить интеграл  $\int \cos^5 x \sin x dx$ .
160. Вычислить площадь трапеции, ограниченной графиком функции  $y = x^2 + 3x$  и осью  $Ox$ .
161. Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной осью  $Ox$ , прямыми  $x = -1$ ,  $x = 2$  и параболой  $y = 9 - x^2$ .
162. Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной осью  $Ox$ , прямыми  $x = -1$ ,  $x = 2$  и параболой  $y = 9 - x^2$ .
163. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -0,5x^2 + 2x$ ,  $y = -0,5x + 2$ .
164. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = -x^2 + 4x$  и  $y = -x$ .
165. Вычислить площадь трапеции, ограниченной графиком функции  $y = -x^2$  и  $y = -2$



166. Вычислить площадь трапеции, ограниченной графиком функции  $y = x(4 - x)$  и осью абсцисс.
167. Вычислить площадь трапеции, ограниченной графиком функции  $y = x^2 - 4x + 3$  и осью  $Ox$
168. Вычислить площадь трапеции, ограниченной графиком функции  $y = \sqrt{x}$  и  $y = \frac{1}{2}x$
169. Площадь сечения, проходящего через центр шара, равна  $16\pi \text{ см}^2$ . Чему равен радиус шара?
170. Сторона основания правильной треугольной призмы 7 см, боковое ребро 5 см. Чему равен объем призмы?
171. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь которого  $36 \text{ дм}^2$ . Чему равна площадь основания цилиндра?
172. Высота правильной четырехугольной пирамиды 3 см., сторона основания – 4 см. Чему равен объем пирамиды.
173. Радиус основания цилиндра 1,5 см, высота – 4 см. Чему равна диагональ осевого сечения?
174. Высота конуса равна 4 см, образующая 5 см. Чему равен радиус основания конуса?
175. Высота конуса равна 3 см. Найдите площадь осевого сечения конуса, если оно является прямоугольным треугольником.
176. Диаметр шара равен 16 см. Через конец диаметра под углом  $60^\circ$  к нему проведено сечение шара. Найдите площадь сечения.
177. В шаре радиуса 13 см проведено сечение, площадь которого равна  $25\pi \text{ см}^2$ . Найдите расстояние от центра шара до плоскости сечения.
178. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  – центр основания,  $S$  – вершина,  $SO=15$ ,  $BD=16$ . Найдите боковое ребро  $SA$
179. Вычислите площадь большего диаметрального сечения шара, если радиус шара равен 6 см.
180. Вычислите площадь большего диаметрального сечения шара, если радиус шара равен 6 см.
181. Объем конуса равен  $18\pi$ . Чему равен объем цилиндра с такой же высотой и радиусом основания в двое большим, чем радиус основания конуса?
182. Площадь сечения проведенного на расстоянии 3 см от центра шара равна  $16\pi \text{ см}^2$ . Найдите объем шара.
183. В основании прямой призмы лежит прямоугольник со сторонами 8 и 6, боковое ребро равно 11. Вычислите объем призмы.
184. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь которого  $81 \text{ дм}^2$ . Чему равна площадь основания цилиндра?
185. Высота цилиндра равна 16 см. На расстоянии 6 см от оси цилиндра проведено сечение, параллельное оси цилиндра и имеющее форму квадрата. Найдите радиус цилиндра.
186. Высота правильной четырехугольной пирамиды 3 см., сторона основания – 4 см. Чему равен объем пирамиды.
187. Центральный угол в развертке боковой поверхности конуса равен  $120^\circ$ . Высота конуса равна  $4\sqrt{2}$  см. Найдите площадь осевого сечения.
188. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны  $2\sqrt{5}$  см и 4 см, диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в  $60^\circ$ . Найдите боковое ребро параллелепипеда.

189. Радиусы оснований усеченного конуса равны 2 и 8 см, а длины его высоты и образующей относятся как 4:5. Найдите его объем.
190. В классе 16 юношей и 12 девушек, которых надо рассадить за парты по 2 человека. Сколькими способами можно посадить за парты всех учащихся?
191. В темном ящике 6 выигрышных билетов и 4 проигрышных. Вы случайно вытаскиваете одновременно 1 билет. Найдите вероятность того, что есть ровно 1 выигрышный билет.
192. Из группы учащихся в количестве 25 человек необходимо выбрать старшину, зам. старшины, профорга и физорга. Сколькими способами можно выбрать актив группы, если каждый учащийся может быть выбран на одну выборную должность?
193. В классе 18 юношей и 16 девушек, которых надо рассадить за парты по 2 человека. Сколькими способами можно посадить за парты всех учащихся?
194. В темном ящике 5 выигрышных билетов и 4 проигрышных. Вы случайно вытаскиваете одновременно 1 билет. Найдите вероятность того, что есть ровно 1 проигрышный билет.
195. В темном ящике 7 выигрышных билетов и 3 проигрышных. Вы случайно вытаскиваете одновременно 1 билет. Найдите вероятность того, что есть ровно 1 проигрышный билет.
196. Из урны, в которой находятся 12 белых и 8 черных шаров, вынимают наудачу два шара. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?
197. В ящике в случайном порядке разложены 20 деталей, причем пять из них стандартные. Рабочий берет наудачу три детали. Найти вероятность того, что по крайней мере одна из взятых деталей окажется стандартной (событие А).
198. Вероятность попадания в цель при стрельбе из первого орудия равна 0,8, из второго орудия 0,7. Найти вероятность хотя бы однократного попадания в цель при одновременной стрельбе из обоих орудий.
199. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.
200. События  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  образуют полную группу. Вероятности событий таковы:  $P(A)=0,1$ ;  $P(B)=0,4$ ;  $P(C)=0,3$ . Чему равна вероятность события  $D$ ?
201. Прибор состоит из двух элементов, работающих независимо. Вероятность выхода из строя первого элемента при включении прибора - 0,05; второго - 0,08. Найдите вероятность того, что при включении прибора выйдет из строя только первый элемент.
202. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.
203. Сколькими способами можно выбрать четырех лиц на четыре различные должности из девяти кандидатов?
204. Сколькими способами можно расставить на полке 6 томов книг, так что бы 1, 2 том не стояли рядом?
205. Сколько существует вариантов распределения 3 призовых мест, если в розыгрыше участвует семь команд?
206. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.
207. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменов: 8 из России, 7 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

208. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).
209. В седьмом классе изучается 14 предметов. Сколькими способами можно составить расписание занятий на субботу, если в этот день должно быть 5 разных уроков?
210. Из группы учащихся в количестве 25 человек необходимо выбрать старшину, зам. старшины, профорга и физорга. Сколькими способами можно выбрать актив группы, если каждый учащийся может быть выбран на одну выборную должность?
211. Сколькими способами можно пошить трехцветный флаг, если имеется ткань 5 цветов?

Преподаватель



Банникова Д.В.

Преподаватель смежного цикла



Трубникова Н.Ю.